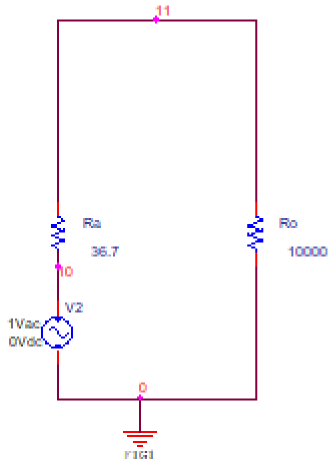
# Antenne aanpassing met PI filter

Iedere ontvanger heeft een aanpassing nodig tussen de antenne en de antenne versterker om de volgende redenen.

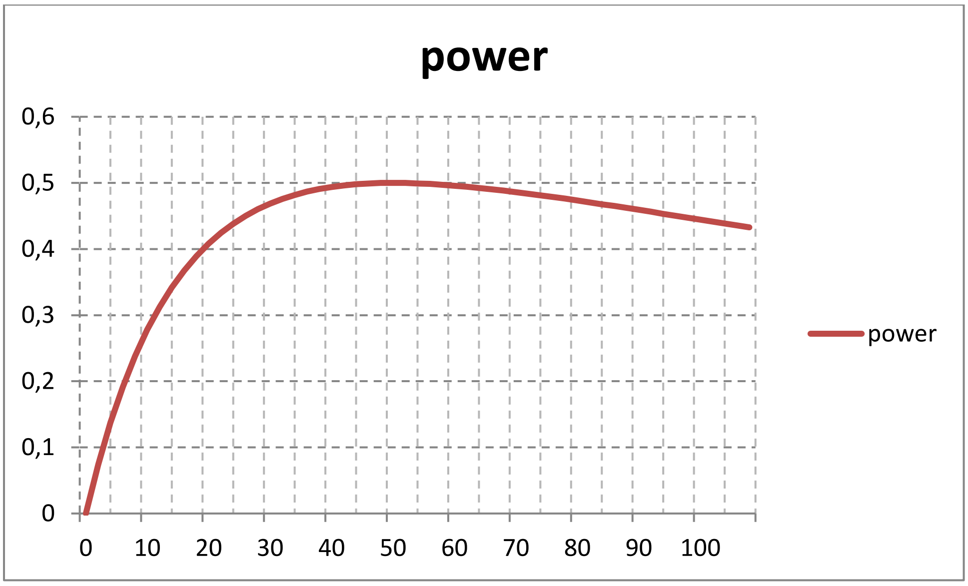
1) Het is zinloos dat je ontvanger het gehele spectrum dat maar enigszins gecapteerd wordt door je antenne ook door de ontvanger versterkt wordt. Deze antenne aanpasser zorgt ervoor dat alleen een bepaalde bandbreedte wordt doorgelaten en de rest van de inkomende frequenties onderdrukt worden.
2) Om een maximale overdracht te krijgen tussen de antenne aansluiting en de eerste versterker moet de antenne impedantie aangepast worden aan de ingangsimpedantie van de versterker. Een λ/4 antenne (beter gekend als een spriet antenne) heeft een impedantie van 36.7Ω, terwijl de ingangsimpedantie van een antenne versterker in de orde van 1.5kΩ tot 100kΩ kan zijn.
3) Als de antenne aangesloten is aan een coax kabel, (die meestal een impedantie heeft van 50Ω, dan zal er een dubbele aanpassing moeten gebeuren, namelijk van 36.7Ω naar 50Ω en daarna aan de versterker een aanpassing van 50Ω naar 1.5kΩ tot 100kΩ.

## 1. Aanpassing voor maximaal vermogen overdracht

Het antenne signaal is bijzonder klein en daarom is het van wezenlijk belang dat het **vermogen** dat door de antenne wordt ontvangen zo efficiënt mogelijk wordt overgebracht naar de versterker. Noteer dat het hier gaat over vermogen overdracht en niet over maximale spanning of stroom overdracht.
Men kan eenvoudig bewijzen dat er een maximaal vermogen overdracht gebeurt als de antenne impedantie gelijk is aan de ingangsimpedantie van de versterker.
Bekijken we Figuur 1 waarin $R_s$ de impedantie van de antenne voorstelt en $R_p$ de ingangsimpedantie van de versterker, en $V_i$ de spanning aan de voet van de antenne ofwel de spanning van de coax kabel verbonden aan de versterker.
Dan zien we dat de stroom gelijk is aan $I = \frac{V_i}{R_s+R_p}$ en het vermogen aan de ingang van de versterker is dan $P = I^2 . R_p$ . Vullen we hierin de gevonden waarde van $I = \frac{V_i}{R_s+R_p}$ in dan bekomen we $P = \frac{V^2{}_i . R_p}{(R_s+R_p)^2}$ Of uitgewerkt $P = \frac{V_i{}^2}{R_s{}^2 / R_p + 2.R_s + R_p}$ Nu is deze uitdrukking maximaal wanneer de noemer gelijk is aan 0 of ook wanneer de afgeleide gelijk is aan 0. Gelijk hoe je het oplost, we bekomen dan dat $- \cdot\cdot 2 \cdot\cdot + 1 = 0$ of $R_s = R_p$




Figuur 1




Figuur 2

Hoe dit verloopt in functie van de impedantie $R_p$ is te zien in Figuur 2. Noteer dat indien de ingangs-impedantie groter is dan de antenne-impedantie men niet zoveel vermogen verliest. Met andere woorden, een misaanpassing van de ingangsimpedantie, als die maar groter is dan de antenne impedantie is niet zo erg.

## 2. Het antenne filter

Het filter dat ik hier wil bespreken lijkt op een π-filter dat op zijn kant staat en staat ook bekend als een “tapped capacitor” filter.

Het schema is als in Figuur 3 schematisch getekend. Hierin is $R_i$ de ingangsweerstand van de antenne (Bijvoorbeeld een spriet antenne heeft een weerstand van 36.7 Ω) en de bron $V_i$ de spanning aan de voet van de antenne.
Het eigenlijke filter bestaat uit $C_1$ en $C_2$ in serie en parallel hieraan een spoel L en de ingangsweerstand van de versterker $R_L$.

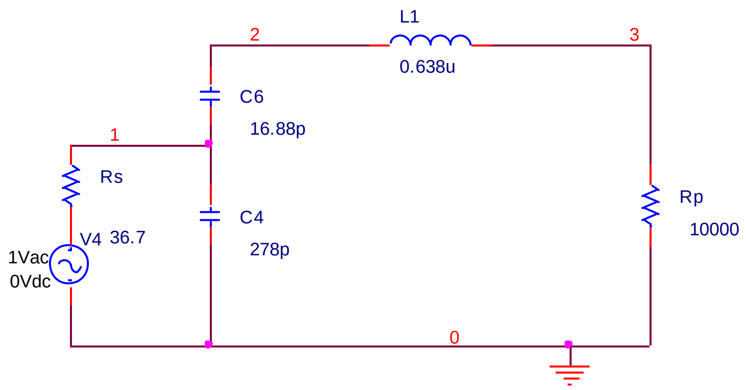


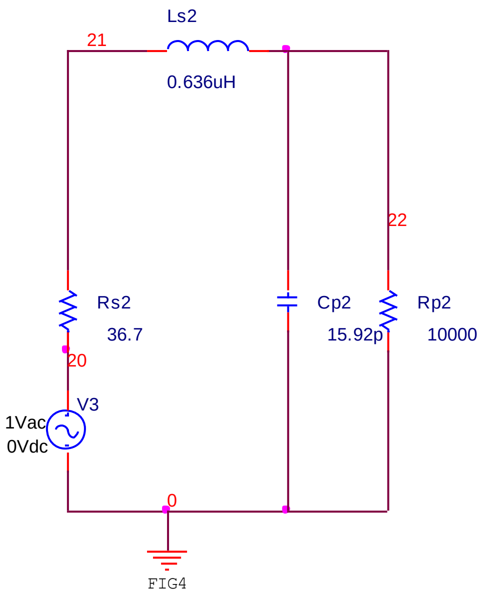

FIG3

**Figuur 3**

Maar wat betekent dit fysisch? Dit schema zegt dat er voor een welbepaalde frequentie de totale weerstand (impedantie) gezien vanuit · naar de schakeling precies gelijk is aan een reële waarde die gelijk is aan ·. Wanneer deze voorwaarde vervuld is zal de overdracht aan vermogen vanaf de bron $V_i$ naar $V_p$, maximaal zijn, maar tegelijkertijd zegt dit ook dat alle andere frequenties onderdrukt worden. Men zegt dat het circuit daarenboven selectief is. Noteer dat ook andersom gezien van $R_p$ naar $R_s$ men een reële impedantie ziet die gelijk is aan ·.

## 3. Omvorming van Serie naar parallel en omgekeerd.

Vooraleer we beginnen met het berekenen van deze componenten moeten we eerst een stukje wiskunde in de elektronica doorworstelen wat bekend staat als de parallel naar serie omvorming of/en de serie naar parallel omvorming.
Noteer dat dit zuiver wiskunde is en dat hiermee de fysische betekenis van de schakeling volledig verloren is gegaan. Maar deze wiskunde werkt voor het oplossen van de componenten zonder dat we begrijpen hoe dat fysisch kan. Met andere woorden hoe gedragen zich de elektronen in de schakeling bij deze omvormingen? Een gelijkaardig fenomeen speelt zich af met de wetten van Maxwell, en ook met de wetten van Newton ten overstaan de fysische wetten van regeltechniek.
Maar we gaan de regels van de wiskunde rigoureus toepassen zonder ons te bekommeren of dat dit wel degelijk een aantoonbare meetbare betekenis heeft. Voor mij is wiskunde een gereedschap en heeft daarom niets te vertellen over de fysica dat het zou kunnen voorstellen.
Nemen we een eenvoudig circuit zoals te zien is in Figuur 4




Figuur 4

Indien ik vanuit $R_s$ naar het circuit zie dan is de totale impedantie gelijk aan de serieschakeling van $jL\varpi$ met de parallelle schakeling van $\frac{1}{jC\omega}, R_p$ . Deze totale impedantie kan dus geschreven worden als $Z_T = jL\omega + \frac{\frac{1}{jC\varpi}.R_p}{\frac{1}{jC\omega} + R_p}$ en deze totale impedantie zou moeten gelijk zijn aan $R_s$ en dus verder uitgewerkt bekomen we $R_s = jL\omega + \frac{\frac{1}{jC\varpi}.R_p}{\frac{1}{jC\omega} + R_p}$

$$R_s = jL\omega + \frac{R_p}{1 + R_p.jC\varpi}$$

$$R_s.(1 + R_p.jC\varpi) = jL\omega.(1 + R_p.jC\varpi) + R_p$$

$$R_s + R_s.R_p.jC\varpi = jL\omega + R_p.jC\varpi.jL\omega + R_p$$

Hierin is ook $j.j = -1$ en de vergelijking heeft een oplossing alleen als de reële delen aan elkaar gelijk zijn en ook de imaginaire delen aan elkaar gelijk zijn. Dit zijn pure wiskundige regels uit de vectoren leer die we rigoureus toepassen, ofwel:

$R_s = -R_p.C\omega.L\omega + R_p$ Vermits $X_c = \frac{1}{C\omega}$ en $X_L = L\omega$ kunnen we schrijven dat

$$R_s = -R_p.\frac{X_s}{X_p} + R_p$$
$$R_s.X_p = -R_p.X_s + R_p.X_p$$
$$R_s.X_p + R_p.X_s = R_p.X_p$$

En uiteindelijk

$$\boxed{R_p(X_p - X_s) = R_s.X_p \qquad (1)}$$

Zo ook moet voor het imaginair gedeelte

$$R_s.R_p.jC\varpi = jL\omega$$
$$R_s.R_p = \frac{jL\omega}{jC\varpi}$$
$$R_s.R_p = X_s.X_p$$

En uiteindelijk

$$\boxed{X_p = \frac{R_s.R_p}{X_s} \qquad (2)}$$

Maar hieruit blijkt duidelijk dat als $X_s = L\omega$ en $X_p = \frac{1}{C\omega}$ dan is $R_s.R_p = \frac{L}{C}$

Maar ook dat $X_s$ en $X_p$ kunnen wel omgewisseld worden, en dat leidt dan weer tot andere mogelijke aanpassingscircuits.

Op analoge wijze kan men ook het omgekeerde bewijzen, namelijk dat $R_p$ gelijk is aan de parallelle combinatie van $X_p$ en de serieschakeling van $X_s, R_s$. Maar dat laat ik over aan de enthousiaste rekenaars.

Maar vullen we formule (2) in formule (1) dan bekomen we:

$R_p\left(\frac{R_p.R_s.R_p}{X_s} - X_s\right) = R_s.\frac{R_s.R_p}{X_s}$ En na wat algebra vereenvoudiging bekomen we

$$\boxed{R_p = \frac{{R_s}^2 + {X_s}^2}{R_s} \qquad (3)}$$

En uiteindelijk vinden we:

$$\boxed{X_s = \sqrt{R_s(R_p - R_s)} \qquad (4)}$$

In deze formule zien we dat we $X_s = jL\omega$ kunnen vinden uitsluitend met de gekende waarden $R_s$ en $R_p$.

Ook kunnen we, nu $X_s = jL\omega$ gekend is ook met formule (2) $X_p$ berekenen immers:

| |
|---|
| $X_p = \frac{R_s.R_p}{X_s}$ (5) |

Op analoge manier vinden we ook, door in formule (1) niet $X_p$ te vervangen maar wel $X_s = \frac{R_s.R_p}{X_p}$ en na wat algebra rekenwerk we bekomen dat

| |
|---|
| $R_s = \frac{R_p.{X_p}^2}{{X_p}^2+{R_p}^2}$ (6) |

En natuurlijk ook

| |
|---|
| $X_s = \frac{R_s.R_p}{X_p}$ (7) |

## 4. Afgeleide formules

Uit de hierboven bekomen formules kunnen enkele merkwaardige formules afgeleid worden.

In Figuur 4 zien we dat het eerste gedeelte een schakeling voorstelt met een $L_s, R_s$ in serie, en daarvan weten we dat de $Q_s$ gelijk is aan $\frac{X_s}{R_s}$.

Het tweede gedeelte stelt een parallel schakeling voor met $C_p, R_p$ en dat in een parallel schakeling de $Q_p = \frac{R_p}{X_p}$ en zonder dit hier expliciet te bewijzen is $Q_s = Q_p$ en we kunnen formules (4) /(Rs) schrijven als

| |
|---|
| $\frac{X_s}{R_s} = Q = \sqrt{\frac{(R_p - R_s)}{R_s}}$ (8) |

Noteer dat we evengoed uit formule (1) kunnen afleiden dat $X_p\left(R_p - R_s\right) = R_p.X_s$
En vervangen we hierin $X_s = \frac{R_s.R_p}{X_p}$ dan na wat algebra vereenvoudiging bekomen we

$X_p = R_p\sqrt{\frac{R_s}{R_p - R_s}}$ ofwel

| |
|---|
| $\frac{R_p}{X_p} = Q = \sqrt{\frac{R_p - R_s}{R_s}}$ (9) |

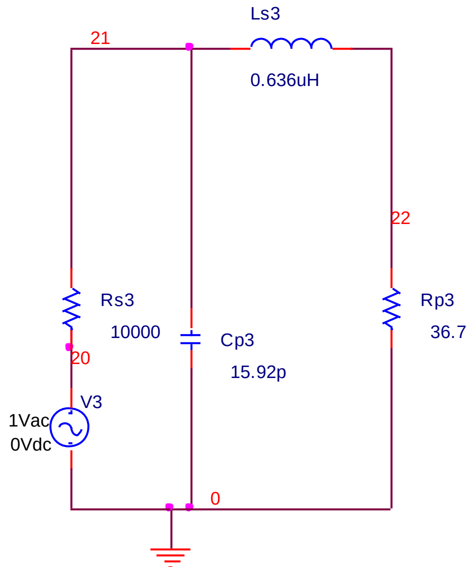
Of een beetje verder uitgewerkt.

| |
|---|
| $R_p = R_s(Q^2 + 1)$ (10) |

en hiermee is de gelijkheid van *Q* toch bewezen.

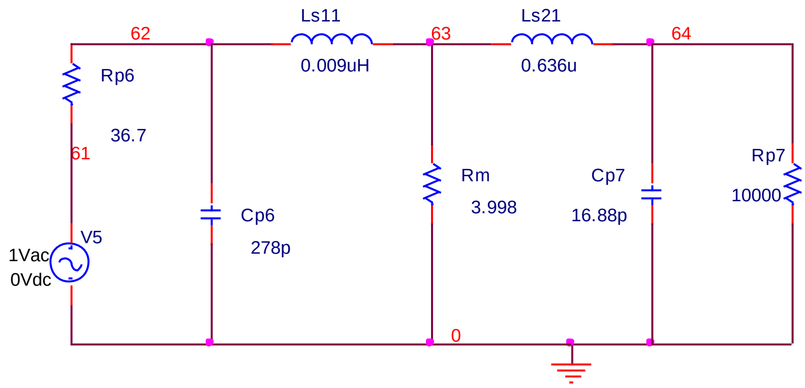
Dit betekent dat de $Q$-factor vast ligt en in dit geval geen vrije parameter is. Meestal zal deze $Q$-factor aan de kleine kant zijn, bijvoorbeeld als $R_s = 36.7\Omega$ en de versterker heeft een impedantie van $R_p = 1000\Omega$ dan zal de Q-factor een waarde hebben van 5.12. Echt geen drastische verbetering voor bijvoorbeeld de harmonische nog eens extra te onderdrukken.

De schakeling brengt echter nog een ander voordeel. Ze kan namelijk ook omgedraaid worden en in geval $R_p > R_s$ wordt de schakeling zoals in Figuur 5




Figuur 5

Nu is het mogelijk om twee zulke filters tegen elkaar te plakken zoals te zien is in Figuur 6




Figuur 6

Door nu $R_m$ veel maal kleiner te kiezen als $R_s$ kan men de $Q$-factor zelf bepalen. Maar dan is de schakeling aangepast aan $R_m$. Maar evengoed kunnen we door een extra $L_s, C_p$ schakeling er aan toe te voegen we terug $R_m$ aanpassen aan $R_p$. We tellen de twee inductanties met elkaar op en laten $R_m$ weg en we bekomen het zeer gekende $\pi$- netwerk dat veelvuldig gebruikt wordt om een antenne of coaxkabel aan te passen aan de belasting weerstand van een zender met de vrije keuze van de kwaliteitsfactor Q.

Nog andere combinaties zijn mogelijk maar dit laat ik over aan de gespecialiseerde literatuur die bijvoorbeeld op het internet te vinden is.

Het kost weinig moeite om hiervoor een EXEL programma te schrijven zodat voor gelijk welke impedantie men de extra toegevoegde inductanties en capaciteiten kan berekenen.

## 4.1 Een praktische oefening:

Maar is deze uitkomst wel fysisch juist?
Laten we dit even uitrekenen.

Volgens onze eerste inzicht is $R_s = jL\omega + \dfrac{\dfrac{1}{jC\varpi}.R_p}{\dfrac{1}{jC\omega}+R_p}$ en ingevuld geeft dit met

$jL\omega = j188{,}024\Omega$ en $\frac{1}{jC\omega} = -j195{,}1876$

$36{,}7 = j188{,}024 + \frac{-j195{,}1876.1000}{-j195.1876+1000}$ en na wat vereenvoudigingen, rekening houdend dat $-j^2 = 1$ bekomen we $36{,}7 = \frac{36{,}700(1-j0{,}1951876)}{1000(1-j0{,}1951876)} = 36{,}7$

# 5. Algemene principes voor het berekenen van een Pi Filter

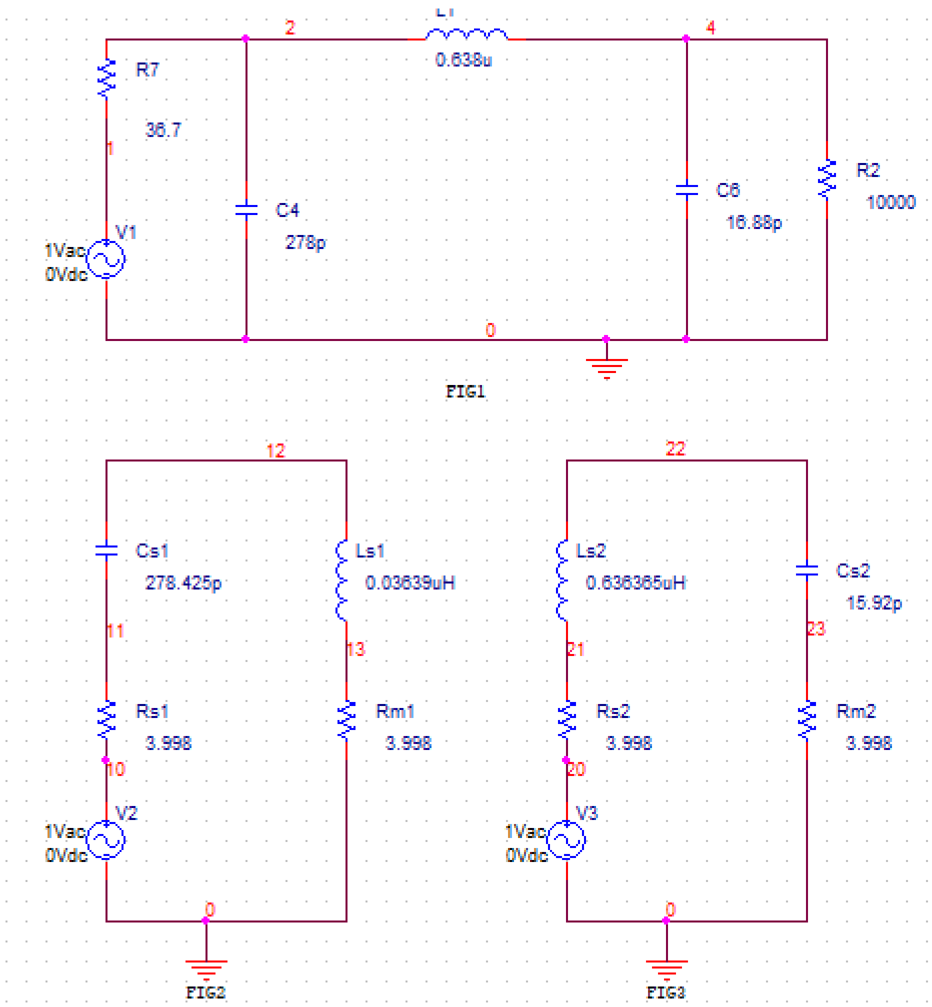
Vermits de formules van het eenvoudige LC-netwerk ook andersom kunnen gebruikt worden, kunnen we dus twee van deze LC-netwerken naast elkaar plaatsen zoals te zien in Figuur 6.

En we passen eerst ons netwerk aan zodat $R_p$ aangepast is met $R_m$ en daarna passen we $R_m$ aan $R_p$ van het volgende netwerk aan.

Willen we zelf een bepaalde kwaliteitsfactor ($Q$) bepalen dan moeten we een uitdrukking vinden tussen $R_m$ en $Q$.

Bekijken we het schema, dan zien we eigenlijk twee $Q$ factoren, namelijk $Q_1 = \frac{R_{p1}}{X_{c1}}$ en $Q_2 = 2 \cdot\cdot$.Maar evengoed is $Q_1 = \frac{X_{S1}}{R_m}$ en $Q_2 = \frac{X_{S2}}{R_m}$

Nu is, volgens formule (10) $R_s = \frac{R_p}{Q^2+1}$, en dit gaan we tweemaal toepassen en ons schema omvormen zoals in Figuur 7 te zien is in FIG2 n FIG3.




**Figuur 7**

Nu weten we dat (volgens formule (10)) $R_{s1} = \frac{R_{p1}}{{Q_1}^2+1}$ en zo ook $R_{s2} = \frac{R_{p2}}{{Q_2}^2+1}$ en beiden moeten gelijk zijn aan $R_m$. Stellen we beide formules gelijk aan elkaar dan kunnen we $Q_1$ in functie van $Q_2$ vinden en dit is gelijk aan

$$Q_1 = \sqrt{\frac{R_{p1.}}{R_{p2}}\left(1 + {Q_2}^2\right) - 1} \qquad (11)$$

Dus kiezen we $\boxed{\text{voor} \cdot 2 \cdot\!= 50}$ en met $\boxed{R_{p1} = 36.7\Omega}$ en $\boxed{R_{p2} = 10000\Omega}$ dan wordt $Q_1 = 2.86$ en volgens formule (10) $R_p = R_s(Q^2 + 1)$ volgt dat $R_s = \cdot\ 2 \cdot +1 \cdot\cdot$ en $R_s = R_m = \frac{10000\Omega}{(50\Omega^2+1)} = 3.9984\Omega$.

Nu is $X_{L2} = Q_2.R_m$ ofwel $X_{L2} = 50x3{,}9984\Omega = 199.92\Omega$ en $L_{12} = \frac{X_{L1}}{2.\pi.f}$ ofwel

$$L_{s2} = \frac{199.92\Omega}{2.\pi.50Mhz} = 0.6365\mu H$$

En zo ook $X_{L1} = Q_1.R_m$ ofwel $X_{L1} = 2.86x3{,}9984\Omega = 11.435\Omega$ en dus $1 = \frac{X_{L1}}{2.\pi.f}$ ofwel

$$L_{s1} = \frac{11.435\Omega}{2.\pi.50Mhz} = 0.0364\mu H$$

Zo ook is $X_{C1} = \frac{R_{p1}}{Q_1}$ ofwel $X_{c1} = \frac{36.7\Omega}{2.86} = 12.832\Omega$ en dus $C_1 = \frac{1}{X_{c1.2.\pi.f}}$ ofwel

$$C_1 = \frac{1}{12.832.2.\pi.50Mhz} = 248pF$$

Zo ook is $X_{C2} = \frac{R_{p2}}{Q_2}$ ofwel $X_{c2} = \frac{10000\Omega}{50} = 200\Omega$ en dus $C_2 = \frac{1}{X_{c2.2.\pi.f}}$ ofwel

$$C_2 = \frac{1}{200.2.\pi.50Mhz} = 15.91pF$$

We maken $L_1 = L_{s1} + 2 \cdot$ ofwel

$$L_1 = 0.6365uH + 0.0364uH = 0.6729uH$$

en we laten $R_m$ weg.

En ons vraagstuk is opgelost.

## 6. Berekening van “tapped capacitor” filter.

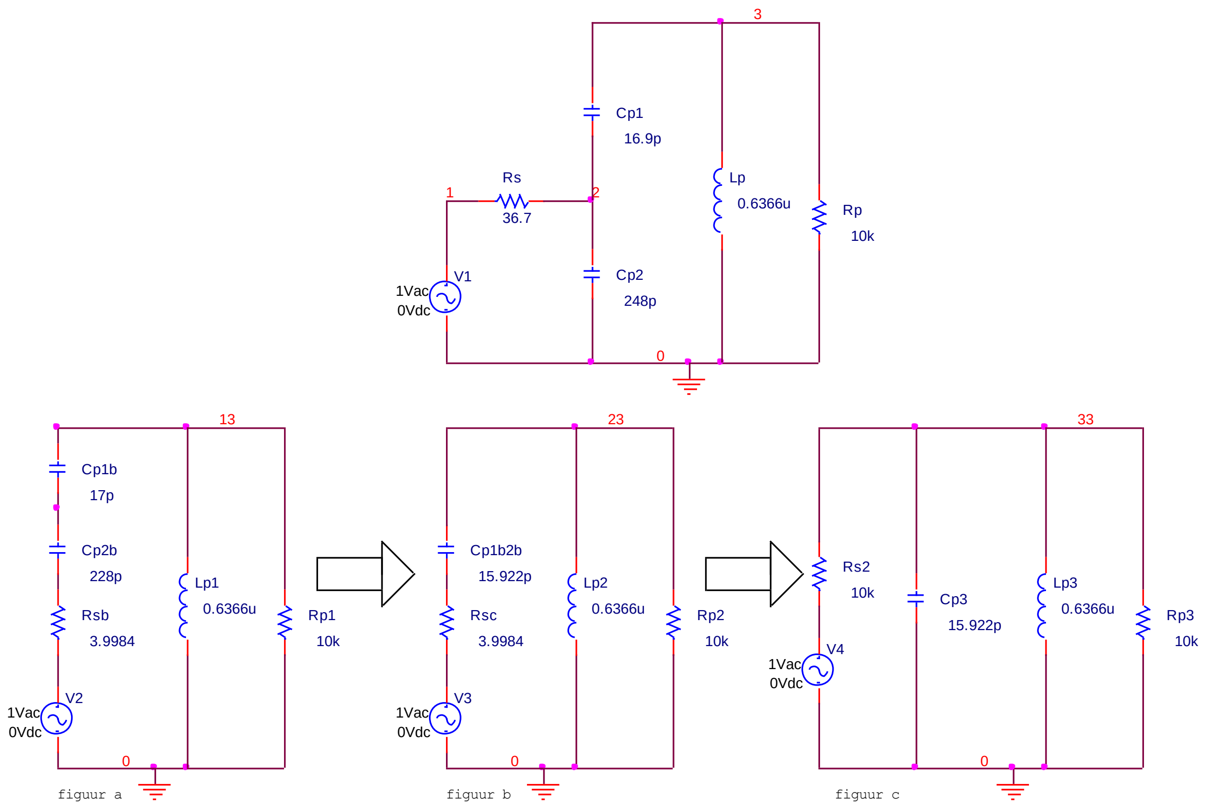
Nu we weten hoe we een parallel schakeling kunnen omvormen tot een serie schakeling, kunnen we in de “tapped capacitor” schakeling de ingang schakeling omvormen tot een serieschakeling.
In de serieschakeling kunnen we de twee capaciteiten die in serie komen te staan bij elkaar voegen.
Dan doen we terug een omvorming van serie naar parallel schakeling. En we weten dan dat in het laatste schema, de parallel weerstand aan de ingang gelijk moet zijn aan de weerstand van de uitgang en de impedantie van de capaciteit gelijk moet zijn aan de impedantie van de inductantie.
Dit is afgebeeld in Figuur 8.
Omgekeerd kunnen we van het laatste schema terug omvormen tot het eerste schema wat dan uiteindelijk de waarde van de componenten geeft.

Hoe beginnen we er aan?
Als gegeven hebben we dat de impedantie aan de ingang (impedantie van de antenne) 36.7Ω is, en dat de ingang impedantie van onze eerste versterker 10000Ω is en de schakeling is ontworpen om een signaal van 50 Mhz te selecteren met een Q factor van 50.
De taak is de componenten $C_1$, $C_2$ en L te berekenen.
Beginnen we met de laatste schakeling.

Met $Q = \frac{R_p}{X_p}$ factor gelijk aan 50 kunnen we reeds $X_p = \frac{R_p}{Q}$ berekenen als de output impedantie gelijk is aan 10kΩ. Ofwel $X_p = \frac{10000\Omega}{50} = 200\Omega$ en bijgevolg is de inductantie:

$$L = \frac{200\Omega}{2.\pi.50Mhz} = 0.6366\mu H$$

Nu weten we dat $X_{cp} = -X_{lp} = 200\Omega$ en $R_{p2} = 10000\Omega$ moeten zijn opdat het circuit zou matchen voor maximale power overdracht.
Nu gaan we dit omvormen tot het vorige (figuur b).




**Figuur 8**

Dat wil zeggen dat we terug de omvorming moeten maken van serie naar parallel dan is volgens formule (6):

$$R_s = \frac{R_p.X_p{}^2}{X_p{}^2 + R_p{}^2} = \frac{10000.\,200^2}{200^2 + 10000^2} = 3.9984\Omega$$

En volgens formule (7)

$$X_s = \frac{R_s.R_p}{X_p} = \frac{3.9984.10000}{200} = 199.92\Omega \text{ en hieruit volgt dat } C_T = \frac{1}{199.92\Omega.2.\pi.50Mhz} = 15.922pF$$

Nu komt het voornaamste, vermits we nu wel $C_T$ gevonden hebben maar niet de splitsing van $C_T$ in twee afzonderlijke capaciteiten. Maar van de overgang van onze filter naar figuur (a) kunnen we wel schrijven dat hier ook

$$R_s = \frac{R_p.X_p{}^2}{X_p{}^2+R_p{}^2} = \frac{36{,}7.X_p{}^2}{X_p{}^2+36.7^2} = 3.9984\Omega \text{ en hieruit kunnen we berekenen dat}$$

$36.7\Omega.X_p{}^2 = 3.9984\Omega.\left(X_p{}^2 + 36.7^2\Omega.\right)$ waaruit volgt dat

$X_p = 12.832\Omega$ en dus

$$\boxed{C_{p2} = \frac{1}{12.832\Omega.2.\pi.100Mhz} = 248pF}$$

Nu is $X_{p1b} = X_T - X_{p2} = 199.92\Omega - 12.832\Omega = 187.088\Omega$ en aldus is

$$\boxed{C_{p1} = \frac{1}{187{,}088\Omega.2.\pi.100Mhz} = 17pF}$$

En ons vraagstuk is opgelost.

## 7. De Q-factor waarover men niet spreekt

Eigenlijk, om volledig juist te zijn is onze totale Q-factor niet 50 maar wel iets meer namelijk de som van $Q_1 + Q_2$ maar omdat in de meeste gevallen, wanneer $R_p \gg R_s$ zal ook $Q_1$veel maal kleiner zijn dan $Q_2$ en dus verwaarloosbaar.
In onze oefening was $Q_1 = 2.86$ ten opzichte van $Q_2 = 50$.
Zo ook de weglating van $R_m$ is niet volledig correct maar ook hier verwaarloosbaar ten opzichte van $R_s$ en $\cdot$.

## 8. Epiloog

De hier beschreven uitleg voor het berekenen van het “pi-filter” en de “tapped capacitor filter” is mijn persoonlijke benadering, die wel wat afwijkt van de normale beschrijvingen zoals je ze in de literatuur terugvindt (als je ze wel degelijk vindt). Maar ik daag iedereen uit om nog een betere doorzichtiger beschrijving te formuleren. En dan zal ik deze meteen aan dit document toevoegen.

Ook heb ik een paar EXEL files gemaakt voor het controleren of de gevonden waarden van de componenten wel degelijk juist zijn. Hiervoor moet er dan wel gerekend worden met reële en imaginaire getallen wat moeilijk weer te geven is in dit document, maar indien er belangstelling voor is wil ik deze EXEL-files wel doorsturen.

Jan Spaenjers